Teoría de fallas
Fault Theory

Luis González[1], Elmo Calero[2]

05 de noviembre de 2019

Resumen

Este documento pretende realizar el análisis estructural de un diseño, bajo los criterios de diseño estudiados en la clase de Elementos de Máquinas II correspondiente a la carrera de Ingeniería Mecánica en la Universidad Politécnica Salesiana, estos criterios han sido propuestos para casos específicos que deben ser considerados al momento de elegir un material para una tarea determinada.
Los criterios a analizar son los de energía de distorsión, esfuerzo cortante máximo, Mohr Coulomb y Mohr modificado; el problema a analizar plantea la aplicación que tendrá cada uno.

Palabras clave: Análisis estructural, esfuerzos principales, factor de seguridad, frágil, dúctil.

Abstract

This document intends to perform the structural analysis of a design, under the design criteria studied in the Machine Elements II class corresponding to the Mechanical Engineering degree at the Salesian Polytechnic University, these criteria have been proposed for specific cases that should be considered when choosing a material for a given task.
The criteria to be analyzed are those of distortion energy, maximum shear stress, Mohr Coulomb and modified Mohr; The problem to analyze raises the application that each one will have.

Keywords: Structural analysis, main efforts, safety factor, fragile, ductile.

1. Introducción

La teoría de fallas es un conjunto de conceptos fundamentales para el cálculo y diseño estructural; no existe una ecuación general que comprenda todos los criterios para todos los casos posibles del diseño, por esto a lo largo de los años se han desarrollado diferentes teorías que ayudan a comprender todos los procesos posibles, mediante diferentes análisis, así, las teorías de fallas son el pilar fundamental para ejecutar el siguiente trabajo.

2. Marco teórico

2.1. Teoría de fallas

Eventos como la deformación permanente, el agrietamiento y la ruptura se encuentran entre las formas en que falla un elemento de máquina. Las máquinas de ensayo aparecieron en el siglo XVIII y las piezas se jalaban, doblaban y torcían en procesos simples de carga. Si el mecanismo de falla es simple, entonces unos ensayos simples pueden dar pistas. ¿Pero qué es simple? El ensayo de la tensión es uniaxial (eso es simple) y las elongaciones son mayores en la dirección axial, por lo cual las deformaciones se pueden medir y los esfuerzos se infieren hasta que ocurre la "falla".[1]

2.2. Teoría del esfuerzo cortante máximo

La teoría del esfuerzo cortante máximo estipula que la fluencia comienza cuando el esfuerzo cortante máximo de cualquier elemento iguala al esfuerzo cortante máximo en una pieza de ensayo a tensión del mismo material cuando esa pieza comienza a fluir. La teoría del ECM también se conoce como la teoría de Tresca o Guest[1]

2.3. Teoría de la energía de distorsión

La teoría de la energía de deformación máxima predice que la falla por fluencia ocurre cuando la energía de deformación total por unidad de volumen alcanza o excede la energía de deformación por unidad de volumen correspondiente a la resistencia a la fluencia en tensión o en compresión del mismo material.[1]

2.4. Teoría de Mohr Coulomb para materiales frágiles

No todos los materiales tienen resistencias a la compresión iguales a sus valores correspondientes en tensión. Por ejemplo, la resistencia a la fluencia de las aleaciones de magnesio en compresión puede ser tan pequeña como de 50 por ciento de su resistencia a la fluencia en ten sión. La resistencia última de los hierros fundidos grises en compresión triplica o cuadruplican la resistencia última a la tensión. Por ello, en esta sección, se otorgará una importancia primordial a las hipótesis que pueden usarse para predecir la falla de materiales cuyas resistencias en tensión y en compresión no son iguales. [1]

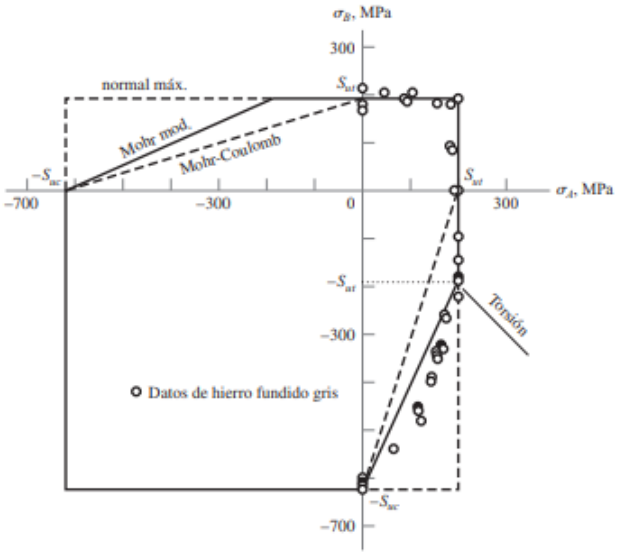


Fig.1 Cuadrantes Mohr Theory.

2.5. Teoría de Mohr Modificado

La teoría de Mohr modificada se expande al cuarto cuadrante con las líneas sólidas mostradas en los cuadrantes segundo y cuarto de la figura 1.[1]

3. Resolución del ejercicio

Ejercicio 1

- PARA EL SOPORTE MOSTRADO EN LA FIGURA, ASÍ COMO LOS DATOS DE LA(S) FILA(S) ASIGNADA(S) EN LA TABLA ADJUNTA, DETERMINE LOS ESFUERZOS DE VON MISES EN LOS PUNTOS A Y B.
- CALCULE EL FACTOR DE SEGURIDAD PARA LOS PUNTOS A Y B EN EL SOPORTE DEL PROBLEMA MEDIANTE LAS TEORÍAS DE LA ENERGÍA DE DISTORSIÓN, DEL ESFUERZO CORTANTE MÁXIMO. COMENTE SOBRE SU APLICACIÓN.
- CALCULE EL FACTOR DE SEGURIDAD PARA LOS PUNTOS A Y B EN EL SOPORTE DEL PROBLEMA USANDO LAS TEORÍAS DE COULOMB-MOHR Y DEL ESFUERZO MOHR MODIFICADO. COMENTE SOBRE SU APLICACIÓN. SUPONGA UN MATERIAL FRÁGIL CON RESISTENCIA SUT 350 MPA (50 KPSI) Y SUC 1 000 MPA (150 KPSI).
- Suponga un acero AISI SAE 1045 y un aluminio 7075, para los datos de acero y aluminio respectivamente.

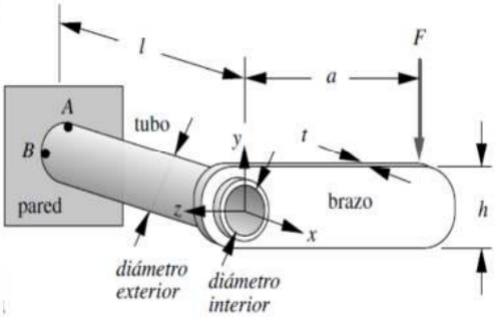


Fig.2 Ejercicio.

Sección para cada inciso

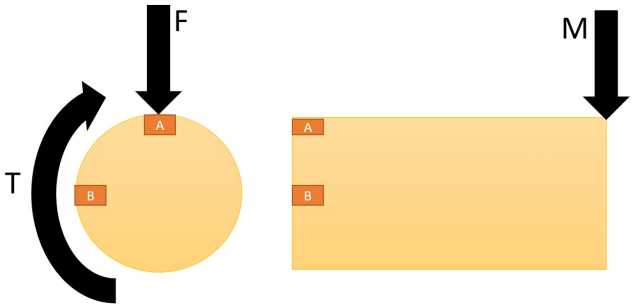


Fig.3 Diagrama de sección.

Inciso c

Datos:
l= 300 a=100 t=4 h=50 F=95 OD=25 ID=17 AISI SAE 1045.

Resolución
Mx=T=F·$a = 95 * 0{,}1 = 9{,}5Nm$
$Mz = F \cdot l = 95 * 0{,}3 = 28{,}5Nm$

$\sigma_f = \frac{Mx \cdot c}{I} = \frac{28{,}5Nm * 0{,}0125m * 64}{\pi * (0{,}025^4 - 0{,}017^4)m^4} = 23{,}63MPa$

$\tau = \frac{Mx \cdot c}{J} = \frac{9{,}5Nm * 0{,}0125m * 32}{\pi * (0{,}025^4 - 0{,}017^4)m^4} = 3,94MPa$

$\tau_u = \frac{2V}{A} = \frac{2 * 95N * 4}{\pi * (0{,}025^2 - 0{,}017^2)m^2} = 0{,}72MPa$

Von Mises

En punto **a**

$\sigma' = \sqrt{(\sigma_f)^2 + 3(\tau)^2} = \sqrt{(23{,}63MPa)^2 + 3(3{,}94MPa)^2} = 24{,}59MPa$

En punto **b**

$\sigma' = \sqrt{(\sigma)^2 + 3(\tau + \tau_u)^2} = \sqrt{(0)^2 + 3(3{,}94MPa + 0{,}72MPa)^2} = 8,07MPa$

Esfuerzos principales

$\sigma_1 \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + (\tau_{xy})^2}$

En a

$\sigma_1\sigma_2 = \frac{23{,}63MPa}{2} \pm \sqrt{23{,}63MPa2)^2 + (3{,}94MPa)^2}$

$\sigma_1 = 24{,}67MPa$
$\sigma_2 = -0{,}64MPa$

En b
$\sigma_1\sigma_2 = \frac{0}{2} \pm \sqrt{0)^2 + (3{,}94MPa + 0{,}720)^2}$

$\sigma = 4{,}66MPa$

Factores de seguridad

AISI SAE 1045 rolado en frío
Sy=531MPa Sut=627MPa

Energía de distorsión

Para el punto a

$\eta = \frac{Sy}{\sigma} = \frac{531}{24{,}59} = 21{,}59$

Para el punto b

$\eta = \frac{Sy}{\sigma} = \frac{531}{8{,}07} = 65{,}79$

Esfuerzo cortante máximo

En a

$\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_3$

$\eta = \frac{Sy}{\sigma_1 - \sigma_3} = \frac{531}{24{,}67-(-0{,}64)} = 20{,}98$

En b

$\eta = \frac{Sy}{\sigma} = \frac{531}{4{,}66} = 113{,}95$

La simulación en el software Ansys se presenta en los anexos como Anexo 1, 2,3,4, presentando los esfuerzos como medida de referencia y factor de seguridad respectivamente.

COMENTARIO
La aplicación de este tipo de acero se tornaría realmente innecesario para este tipo ejercicio, ya que la carga actuante no genera esfuerzos considerables respecto al Sy del material.

Inciso f

Datos:
l= 50 a=180 t=4 h=45 F=950 OD=50 ID=30
Aluminio SAE 7075.

Resolución
Mx=T=F·$a = 950 * 0{,}18 = 171Nm$
$Mz = F \cdot l = 950 * 0{,}05 = 47{,}5Nm$

$\sigma_f = \frac{Mx \cdot c}{I} = \frac{4{,}75Nm * 0{,}025m * 64}{\pi * (0{,}05^4 - 0{,}03^4)m^4} = 4{,}45MPa$

$\tau = \frac{Mx \cdot c}{J} = \frac{171Nm * 0{,}025m * 32}{\pi * (0{,}05^4 - 0{,}03^4)m^4} = 8MPa$

$\tau_u = \frac{2V}{A} = \frac{2 * 950N * 4}{\pi * (0{,}05^2 - 0{,}03^2)m^2} = 1{,}51MPa$

Von Mises

En punto **a**

$\sigma' = \sqrt{(\sigma_f)^2 + 3(\tau)^2}$
$= \sqrt{(4{,}45)^2 + 3(8MPa)^2} = 14{,}42MPa$

En punto **b**

$\sigma' = \sqrt{(\sigma)^2 + 3(\tau + \tau_u)^2}$
$= \sqrt{(0)^2 + 3(8MPa + 1{,}51MPa)^2} = 16{,}47$

Esfuerzos principales

$\sigma_1\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + (\tau_{xy})^2}$

En a

$\sigma_1\sigma_2 = \frac{4{,}45MPa}{2} \pm \sqrt{4{,}45MPa2)^2 + (8MPa)^2}$

$\sigma_1 = 10{,}52MPa$
$\sigma_2 = -6{,}07MPa$

En b
$\sigma_1\sigma_2 = \frac{0}{2} \pm \sqrt{0)^2 + (8 + 1{,}51)^2}$

$\sigma = 9{,}51MPa$

Factores de seguridad

Aluminio SAE 7075 TT
Sy=503MPa Sut=572MPa

Energía de distorsión

Para el punto a

$\eta = \frac{Sy}{\sigma} = \frac{503}{14,42} = 34,88$

Para el punto b

$\eta = \frac{Sy}{\sigma} = \frac{503}{16,47} = 30,54$

Esfuerzo cortante máximo

En a

$\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_3$

$\eta = \frac{Sy}{\sigma_1 - \sigma_3} = \frac{503}{10,52-(-6,07)} = 30,32$

En b

$\eta = \frac{Sy}{\sigma} = \frac{503}{9,51} = 52,89$

La simulación en el software Ansys se presenta en los anexos como Anexo 5,6,7,8 presentando los esfuerzos como medida de referencia y factor de seguridad respectivamente.

COMENTARIO
La aplicación de este tipo de aluminio tratado térmicamente se tornaría realmente innecesario para este tipo ejercicio en el punto analizado, ya que la carga actuante no genera esfuerzos considerables respecto al Sy del material.

Inciso i

Datos:
l= 400 a=150 t=3 h=50 F=950 OD=65 ID=37 AISI SAE 1045.

Resolución
Mx=T=F$\cdot a = 950 * 0,15 = 142,5Nm$

$Mz = F \cdot l = 950 * 0,4 = 380Nm$

$\sigma_f = \frac{Mx \cdot c}{I} = \frac{380Nm*0,0325m*64}{\pi*(0,065^4-0,037^4)m^4} = 15,75MPa$

$\tau = \frac{Mx \cdot c}{J} = \frac{142,5Nm*0,0325m*32}{\pi*(0,065^4-0,037^4)m^4} = 2,95MPa$

$\tau_u = \frac{2V}{A} = \frac{2*950N*4}{\pi*(0,065^2-0,037^2)m^2} = 0,85MPa$

Von Mises

En punto **a**

$\sigma' = \sqrt{(\sigma_f)^2 + 3(\tau)^2}$
$= \sqrt{(15,75MPa)^2 + 3(2,95MPa)^2} = 16,56MPa$

En punto **b**

$\sigma' = \sqrt{(\sigma)^2 + 3(\tau + \tau_u)^2}$
$= \sqrt{(0)^2 + 3(2,95MPa + 0,85MPa)^2} = 6,58MPa$

Esfuerzos principales

$\sigma_1\sigma_2 = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} \pm \sqrt{(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2 + (\tau_{xy})^2}$

En a

$\sigma_1\sigma_2 = \frac{15,75MPa}{2} \pm \sqrt{15,75MPa2)^2 + (2,95MPa)^2}$

$\sigma_1 = 16,28MPa$
$\sigma_2 = -0,534MPa$

En b
$\sigma_1\sigma_2 = \frac{0}{2} \pm \sqrt{0)^2 + (2,95MPa + 0,85MPa)^2}$

$\sigma = 3,8MPa$

Factores de seguridad

AISI SAE 1045 rolado en frío
Sy=531MPa Sut=627MPa

Energía de distorsión

Para el punto a

$\eta = \frac{Sy}{\sigma} = \frac{531}{16{,}56} = 32{,}07$

Para el punto b

$\eta = \frac{Sy}{\sigma} = \frac{531}{6{,}58} = 80{,}7$

Esfuerzo cortante máximo

En a

$\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_3$

$\eta = \frac{Sy}{\sigma_1 - \sigma_3} = \frac{531}{16{,}28-(-0{,}534)} = 31{,}58$

En b

$\eta = \frac{Sy}{\sigma} = \frac{531}{3{,}8} = 139{,}74$

La simulación en el software Ansys se presenta en los anexos como Anexo 9,10,11,12 presentando los esfuerzos como medida de referencia y factor de seguridad respectivamente.

COMENTARIO
La aplicación de este tipo de acero se tornaría realmente innecesario para este tipo ejercicio, ya que la carga actuante no genera esfuerzos considerables respecto al Sy del material.

Inciso l

Datos:
l= 150 a=250 t=8 h=90 F=750 OD=52 ID=28 Aluminio SAE 7075.

Resolución
Mx=T=F·$a = 750 * 0{,}25 = 187{,}5Nm$
$Mz = F \cdot l = 750 * 0{,}15 = 112{,}5Nm$

$\sigma_f = \frac{Mx \cdot c}{I} = \frac{112{,}5Nm * 0{,}026m * 64}{\pi * (0{,}052^4 - 0{,}028^4)m^4} = 8{,}9MPa$

$\tau = \frac{Mx \cdot c}{J} = \frac{9{,}5Nm * 0{,}026m * 32}{\pi * (0{,}052^4 - 0{,}028^4)m^4} = 7{,}42MPa$

$\tau_u = \frac{2V}{A} = \frac{2 * 750N * 4}{\pi * (0{,}052^2 - 0{,}028^2)m^2} = 0{,}99MPa \approx 1MPa$

Von Mises

En punto **a**

$\sigma' = \sqrt{(\sigma_f)^2 + 3(\tau)^2}$
$= \sqrt{(8{,}9)^2 + 3(7{,}42MPa)^2} = 15{,}63MPa$

En punto **b**

$\sigma' = \sqrt{(\sigma)^2 + 3(\tau + \tau_u)^2}$
$= \sqrt{(0)^2 + 3(7{,}42MPa + 1MPa)^2} = 14{,}58MPa$

Esfuerzos principales

$\sigma_1\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + (\tau_{xy})^2}$

En a

$\sigma_1\sigma_2 = \frac{8{,}9MPa}{2} \pm \sqrt{8{,}9MPa2)^2 + (7{,}42MPa)^2}$

$\sigma_1 = 13{,}1MPa$
$\sigma_2 = -4{,}20MPa$

En b
$\sigma_1\sigma_2 = \frac{0}{2} \pm \sqrt{0)^2 + (7{,}42MPa + 1)^2}$

$\sigma = 8{,}42MPa$

Factores de seguridad

Aluminio SAE 7075 TT
Sy=503MPa Sut=572MPa

Energía de distorsión

Para el punto a

$\eta = \frac{Sy}{\sigma} = \frac{503}{15{,}63} = 32{,}18$

Para el punto b

$\eta = \frac{Sy}{\sigma} = \frac{503}{14{,}58} = 34{,}5$

Esfuerzo cortante máximo

En a

$\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_3$

$\eta = \frac{Sy}{\sigma_1 - \sigma_3} = \frac{503}{13{,}1-(-4{,}2)} = 29{,}08$

En b

$\eta = \frac{Sy}{\sigma} = \frac{503}{8{,}42} = 59{,}74$

La simulación en el software Ansys se presenta en los anexos como Anexo 13,14,15,16 presentando los esfuerzos como medida de referencia y factor de seguridad respectivamente.

COMENTARIO
La aplicación de este tipo de acero se tornaría realmente innecesario para este tipo ejercicio, ya que la carga actuante no genera esfuerzos considerables respecto al Sy del material.

Resolución para material frágil

Inciso c

Los esfuerzos principales resultan de las cargas del ejercicio, por lo tanto siguen siendo los de los incisos anteriores.

Sut=350MPa Suc=1000MPa

Mohr Coulomb

Para a

$\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_3$

$\eta^{-1} = \frac{\sigma_a}{Sut} - \frac{\sigma_b}{Suc} = \frac{24{,}67}{350} - \frac{-0{,}64}{1000}$

$\eta = 14{,}06$

Para b

$\eta = \frac{Sut}{\sigma} = \frac{350}{4{,}66} = 75{,}11$

Mohr Modificado

Para a

$\sigma_a \geq 0 \geq \sigma_b, |\frac{\sigma_b}{\sigma_a}| \leq 1$

$\eta = \frac{Sut}{\sigma_a} = \frac{350}{24{,}67} = 14{,}19$

Para b

$\eta = \frac{Sut}{\sigma_a} = \frac{350}{4{,}66} = 75{,}11$

COMENTARIO

De igual manera que en el análisis por ECM y Von Mises se comprueba que el diseño está sobredimensionado y su aplicación es innecesaria para la carga actuante.

Inciso f

Los esfuerzos principales resultan de las cargas del ejercicio, por lo tanto siguen siendo los de los incisos anteriores.

Sut=350MPa Suc=1000MPa

Mohr Coulomb

Para a

$\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_3$

$\eta^{-1} = \frac{\sigma_a}{Sut} - \frac{\sigma_b}{Suc} = \frac{10{,}52}{350} - \frac{-6{,}07}{1000}$

$\eta = 27{,}68$

Para b

$\eta = \frac{Sut}{\sigma} = \frac{350}{9{,}51} = 36{,}8$

Mohr Modificado

Para a

$\sigma_a \geq 0 \geq \sigma_b, |\frac{\sigma_b}{\sigma_a}| \leq 1$

$\eta = \frac{Sut}{\sigma_a} = \frac{350}{10{,}52} = 33{,}27$

Para b

$\eta = \frac{Sut}{\sigma_a} = \frac{350}{9,51} = 36,8$

COMENTARIO

De igual manera que en el análisis por ECM y Von Mises se comprueba que el diseño está sobredimensionado y su aplicación es innecesaria para la carga actuante.

Inciso i

Los esfuerzos principales resultan de las cargas del ejercicio, por lo tanto siguen siendo los de los incisos anteriores.

Sut=350MPa Suc=1000MPa

Mohr Coulomb

Para a

$\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_3$

$\eta^{-1} = \frac{\sigma_a}{Sut} - \frac{\sigma_b}{Suc} = \frac{16,28}{350} - \frac{-0,534}{1000}$

$\eta = 21,25$

Para b

$\eta = \frac{Sut}{\sigma} = \frac{350}{3,8} = 92,11$

Mohr Modificado

Para a

$\sigma_a \geq 0 \geq \sigma_b, |\frac{\sigma_b}{\sigma_a}| \leq 1$

$\eta = \frac{Sut}{\sigma_a} = \frac{350}{16,28} = 21,5$

Para b

$\eta = \frac{Sut}{\sigma_a} = \frac{350}{3,8} = 92,11$

COMENTARIO

De igual manera que en el análisis por ECM y Von Mises se comprueba que el diseño está sobredimensionado y su aplicación es innecesaria para la carga actuante.

Inciso l

Los esfuerzos principales resultan de las cargas del ejercicio, por lo tanto siguen siendo los de los incisos anteriores.

Sut=350MPa Suc=1000MPa

Mohr Coulomb

Para a

$\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_3$

$\eta^{-1} = \frac{\sigma_a}{Sut} - \frac{\sigma_b}{Suc} = \frac{13,1}{350} - \frac{-4,2}{1000}$

$\eta = 24,02$

Para b

$\eta = \frac{Sut}{\sigma} = \frac{350}{8,42} = 41,57$

Mohr Modificado

Para a

$\sigma_a \geq 0 \geq \sigma_b, |\frac{\sigma_b}{\sigma_a}| \leq 1$

$\eta = \frac{Sut}{\sigma_a} = \frac{350}{13,1} = 26,72$

Para b

$\eta = \frac{Sut}{\sigma_a} = \frac{350}{8,42} = 41,57$

COMENTARIO

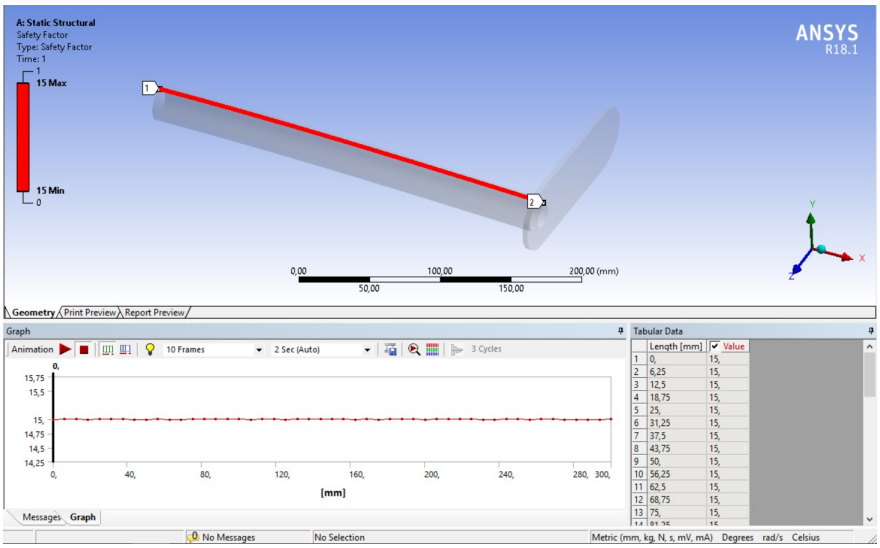
De igual manera que en el análisis por ECM y Von Mises se comprueba que el diseño está sobredimensionado y su aplicación es innecesaria para la carga actuante.

Referencias

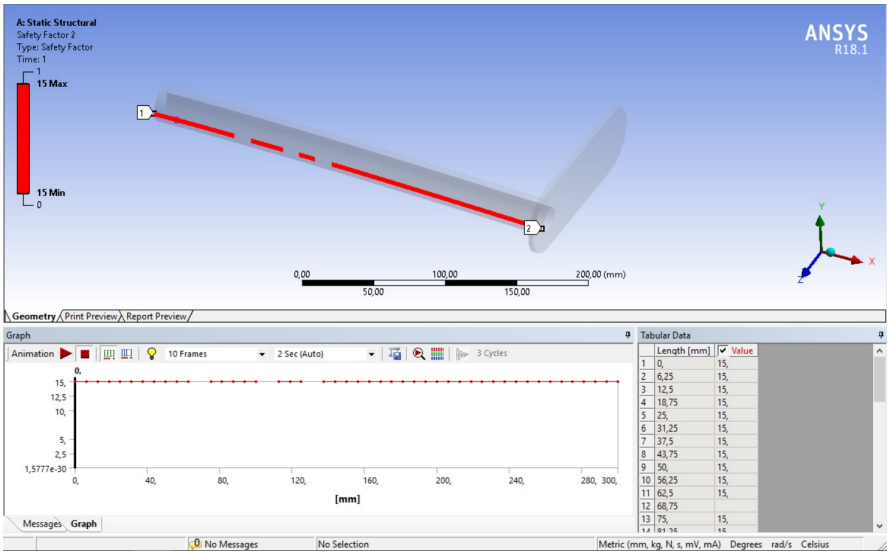
[1] R. G. Budynas, Diseño en ingeniería mecánica de Shigley, México D.F.: The McGraw-Hill, 2011.

4. Anexos

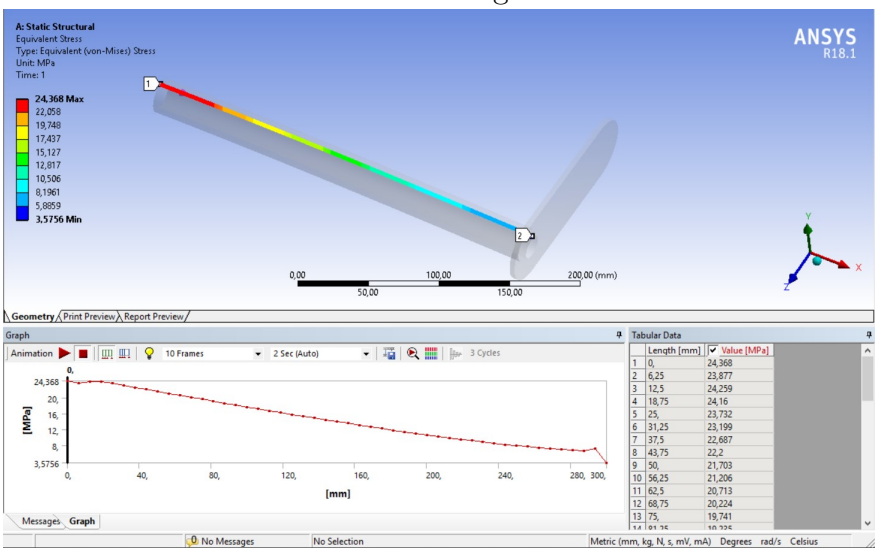
4.1. Inciso c



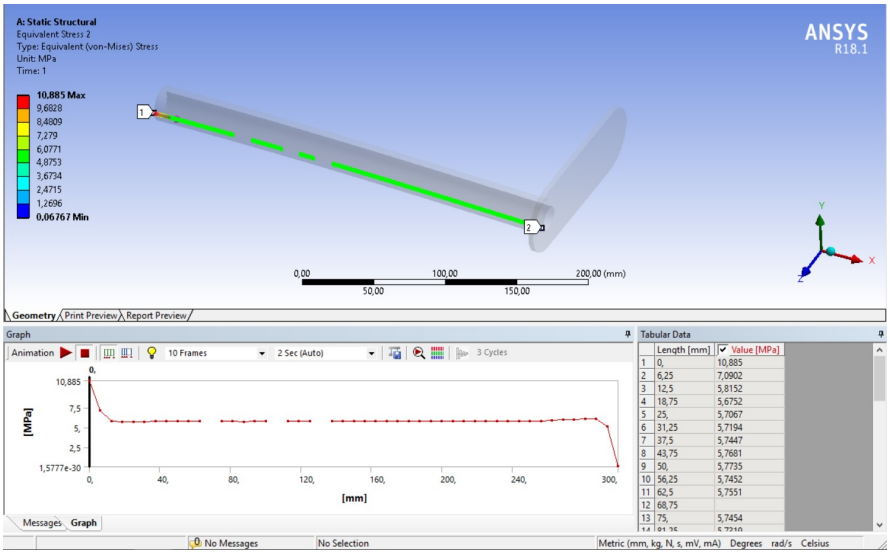
Anexo 1. Factor de seguridad en A



Anexo 2.Factor de seguridad en B

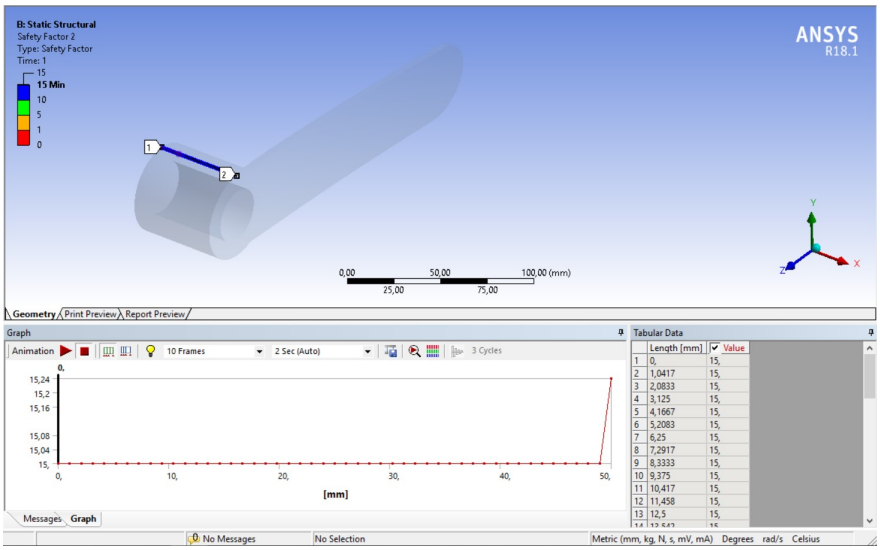


Anexo 3. Esfuerzo Von Mises A

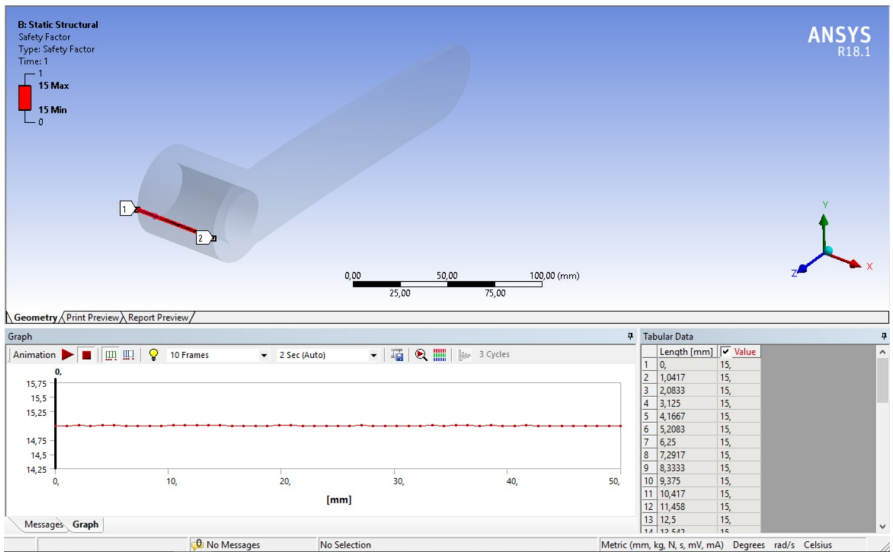


Anexo 4. Esfuerzo Von Mises B

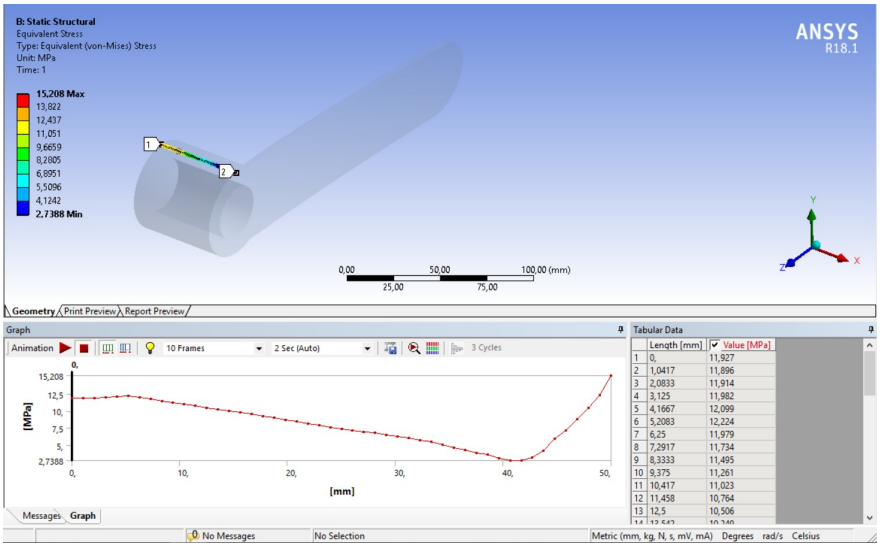
4.2. Inciso f



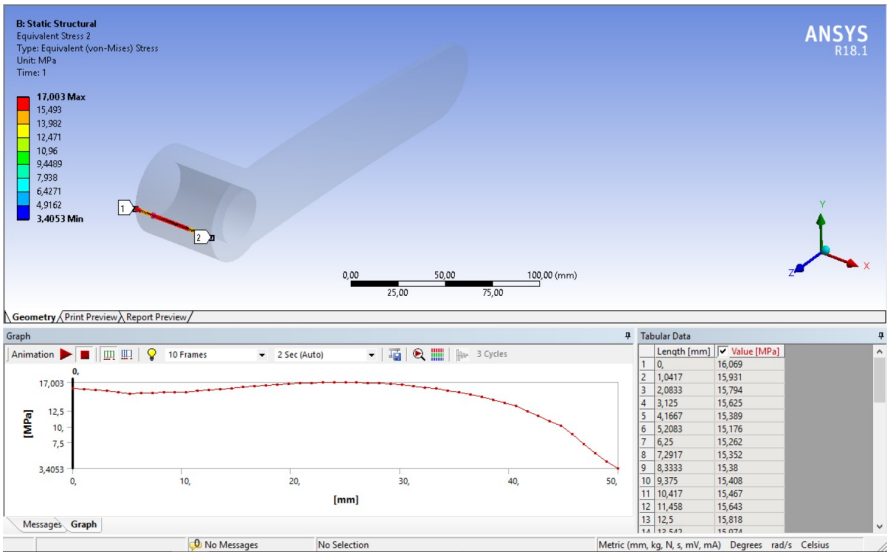
Anexo 5. Factor de seguridad en A



Anexo 6.Factor de seguridad en B

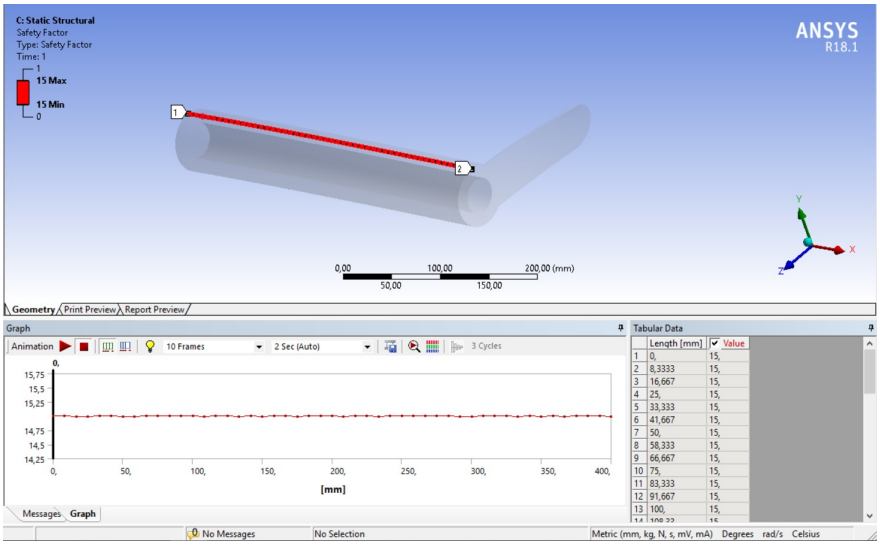


Anexo 7. Esfuerzo Von Mises A

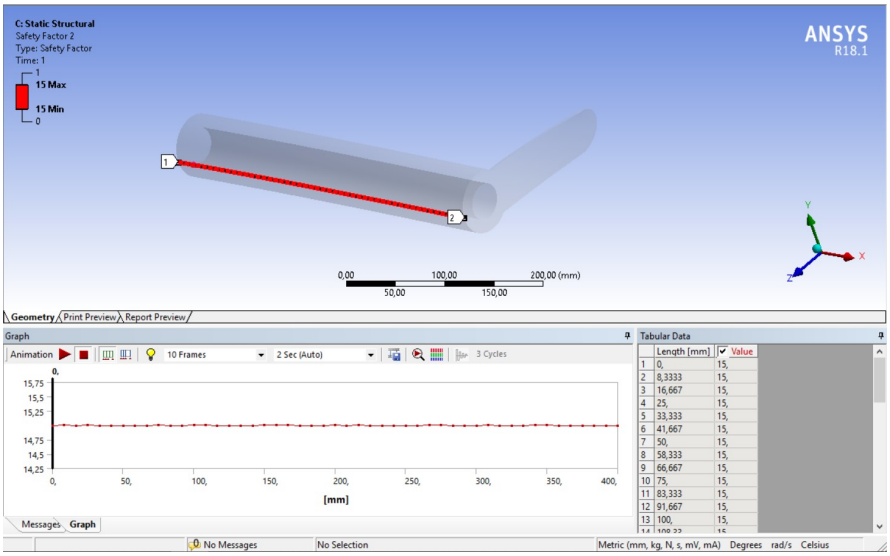


Anexo 8. Esfuerzo Von Mises B

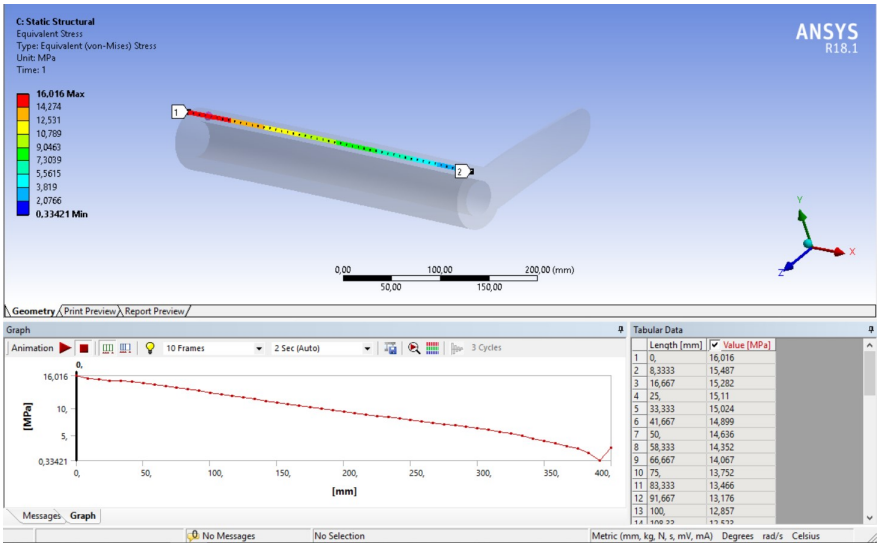
4.3. Inciso i



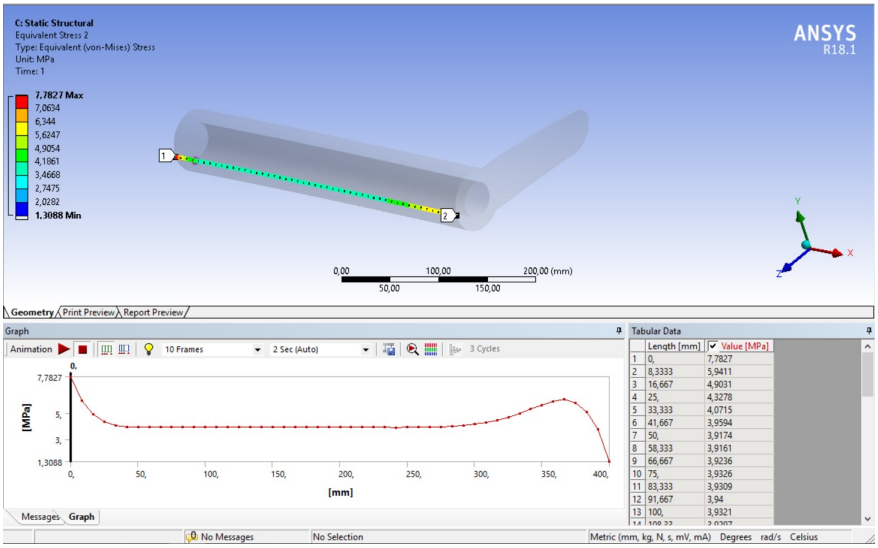
Anexo 9. Factor de seguridad en A



Anexo 10.Factor de seguridad en B

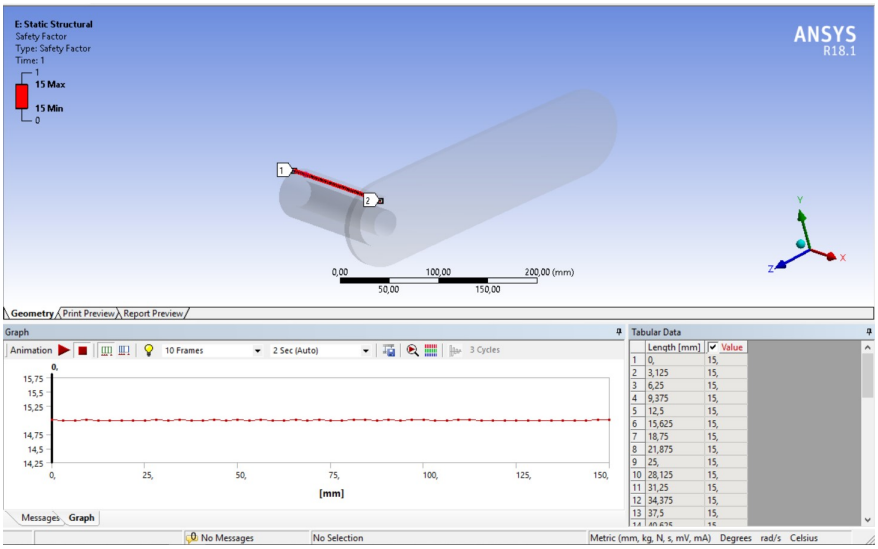


Anexo 11. Esfuerzo Von Mises A

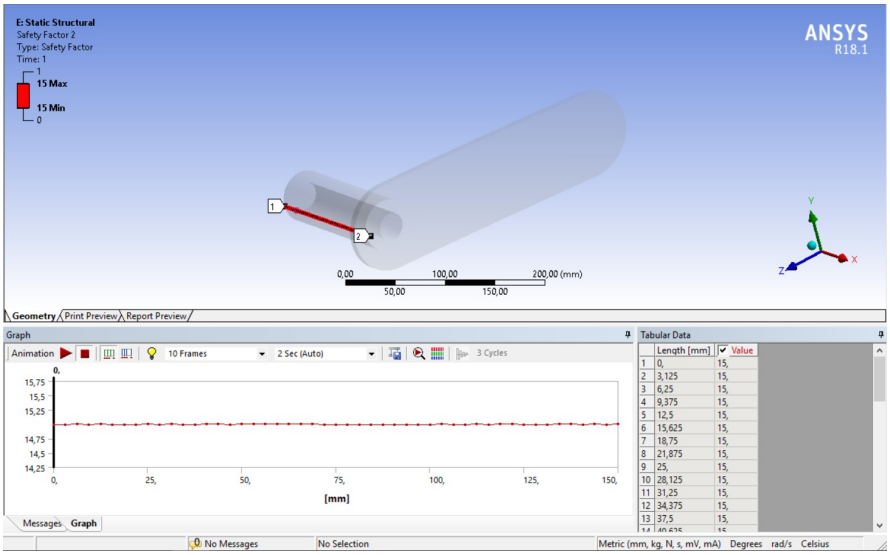


Anexo 12. Esfuerzo Von Mises B

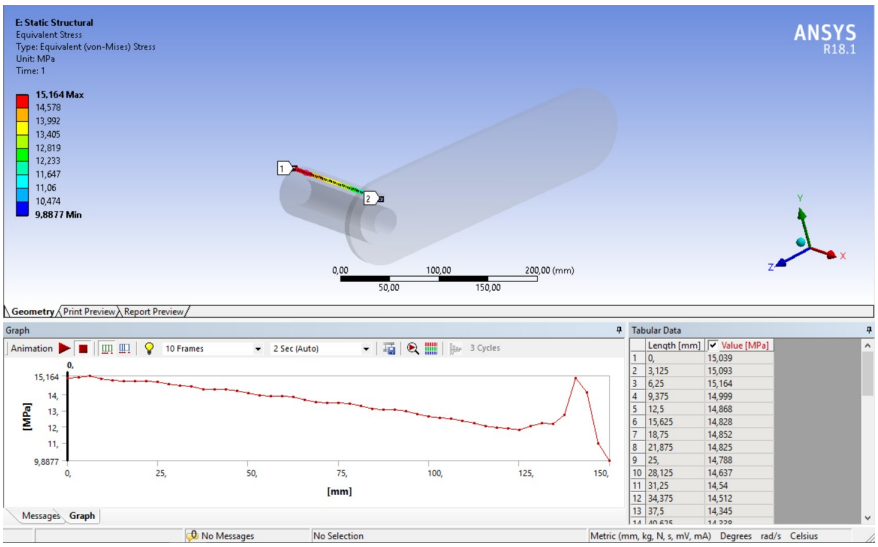
4.4. Inciso l



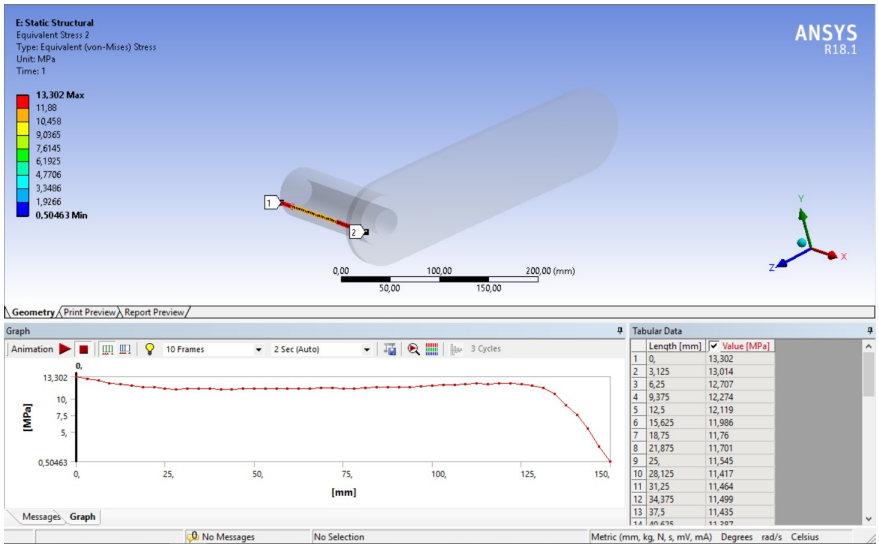
Anexo 13. Factor de seguridad en A



Anexo 14.Factor de seguridad en B



) Anexo 15. Esfuerzo Von Mises A



.jpg

Anexo 16. Esfuerzo Von Mises B

5. Comentario final

El programa ANSYS 18.1 no devuelve valores de factor de seguridad mayores a 15, debido a que estos no son de interés para el diseño al ser muy altos y alejarse de las zonas de fallas, para la comparación de datos, se realizó a partir del esfuerzo de Von Mises, donde existe un error mínimo entre el programa y el cálculo real, esto puede estar determinado por el mallado o la exactitud que maneje el usuario.